

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטריניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ב, 2012
מספר השאלון: 304,035004
נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

מתמטיקה שאלון ד'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – טריגונומטריה במישור ובמרחב,
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של
הפונקציות הטריגונומטריות
פרק שני – חזקות ולוגריתמים,
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת. מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

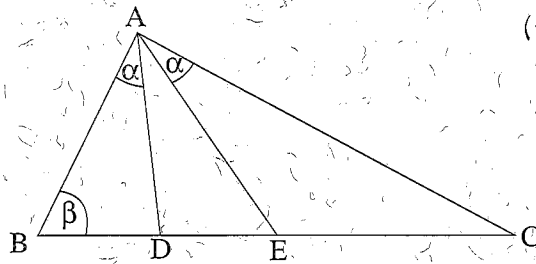
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – טריגונומטריה במישור ובמרחב, חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי של הפונקציות הטריגונומטריות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



1. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$)

נקודות D ו- E נמצאות על היתר BC .

נתון: $\angle BAD = \angle EAC = \alpha$

$\angle ABC = \beta$

(ראה ציור).

א. (1) הבע באמצעות הצלע AD ובאמצעות α ו- β את BD , ואת DC .

(2) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{BD}{DC}$.

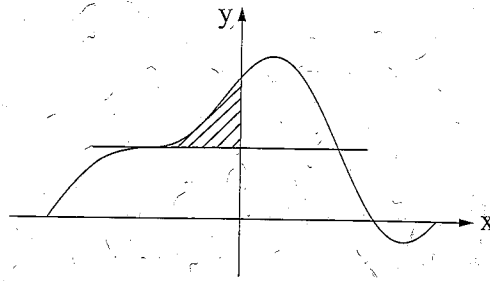
(3) היעזר בצלע AE , והבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{BE}{CE}$.

ב. נתון: $\frac{BE}{CE} = 3 \cdot \frac{BD}{DC}$

(1) הוכח כי $\tan^2 \alpha = \frac{1}{3}$.

(2) חשב את הגודל של $\angle DAE$.

/המשך בעמוד 3/



2. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos x + a \sin 2x + 1$

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).

a הוא פרמטר.

מעבירים ישר הנפגש עם גרף הפונקציה

בשתי נקודות שבהן $x = \frac{\pi}{2}$ ו- $x = -\frac{\pi}{2}$.

א. מצא את משוואת הישר.

ב. השטח, שנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y

ועל ידי הישר שאת משוואתו מצאת, שווה ל- $\frac{1}{2}$ (השטח המקווקו בציור).

מצא את ערך הפרמטר a.

הצב $a = \frac{1}{2}$, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה, וקבע את סוגן: נמק.

ד. האם הישר, שאת משוואתו מצאת בסעיף א, משיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -\frac{\pi}{2}$? נמק.

פרק שני – חזקות ולוגריתמים, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

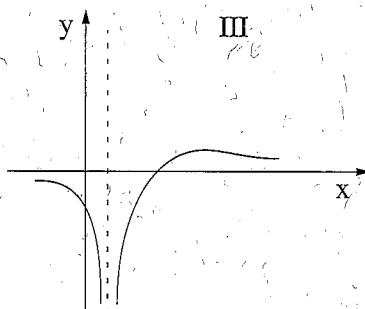
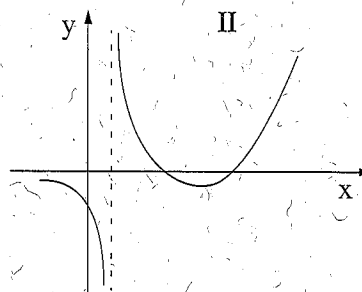
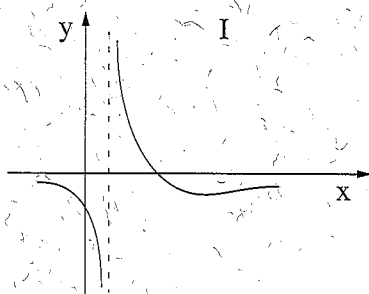
(66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-2}{(2x-2)^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה, המקבילות לצירים.
 - ד. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
 - ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - ו. לפניך שלושה גרפים I, II, III.
- איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

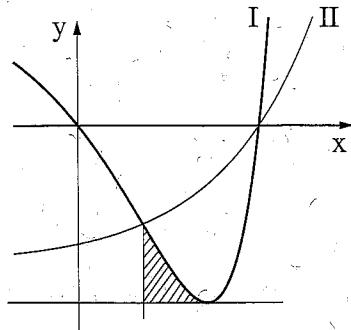


/המשך בעמוד 5/

4. בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות:

$$f(x) = 2^x - 7$$

$$g(x) = 4^x - 8 \cdot 2^x + 7$$



א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$. נמק.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך

בין הגרפים של שתי הפונקציות הנתונות.

ג. דרך נקודת החיתוך בין הגרפים הקרובה לציר ה- y , העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

לפונקציה המתוארת על ידי גרף I יש מינימום בנקודה שבה $x = 2$.

חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- x ,

ועל ידי המשיק לגרף I בנקודת המינימום שלו (השטח המקווקו בציור).

בתשובתך תוכל להשאיר \ln .

5. בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות:

$$I. f(x) = \sqrt{x}$$

$$II. g(x) = \sqrt{-x + 2}$$

א. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$

מוגדרת וגם הפונקציה $g(x)$ מוגדרת.

ב. נקודה $B(x, y)$ ($0 < x < 1$) נמצאת על גרף I,

ונקודה $A(a, y)$ נמצאת על גרף II כך ש- AB מקביל לציר ה- x .

דרך הנקודות A ו-B העבירו אנכים לציר ה- x , ונוצר המלבן ABCD,

כמתואר בציור.

$$(1) \text{ הראה כי } a = 2 - x$$

(2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה B, שעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

(3) מצא את השטח המקסימלי של המלבן ABCD.

בהצלחה!